



中原工学院

Zhongyuan University of Technology

4 刚体转动

任课教师 [曾灏宪](#)

中原工学院 理学院

大学物理（上）

4 刚体转动

4.4 力矩做功 刚体定轴转动的动能定理

目标与要求

1. 力矩做功怎么计算？力矩做功与力做功的联系与区别是什么？功率的概念是否适用于力矩所作的功？
2. 刚体定轴转动的动能如何计算？与质点运动的动能有什么区别和联系？转动中的动能定理呢？
3. 刚体的重力势能如何计算？
4. 包含转动的功能原理、机械能守恒定律与纯质点的情况有什么区别和联系？
5. 通过讨论进一步掌握动量守恒、角动量守恒和机械能守恒的条件并能够准确判断。

一 力矩做功

力的空间累积效应 \Rightarrow 力的功, 动能, 动能定理.

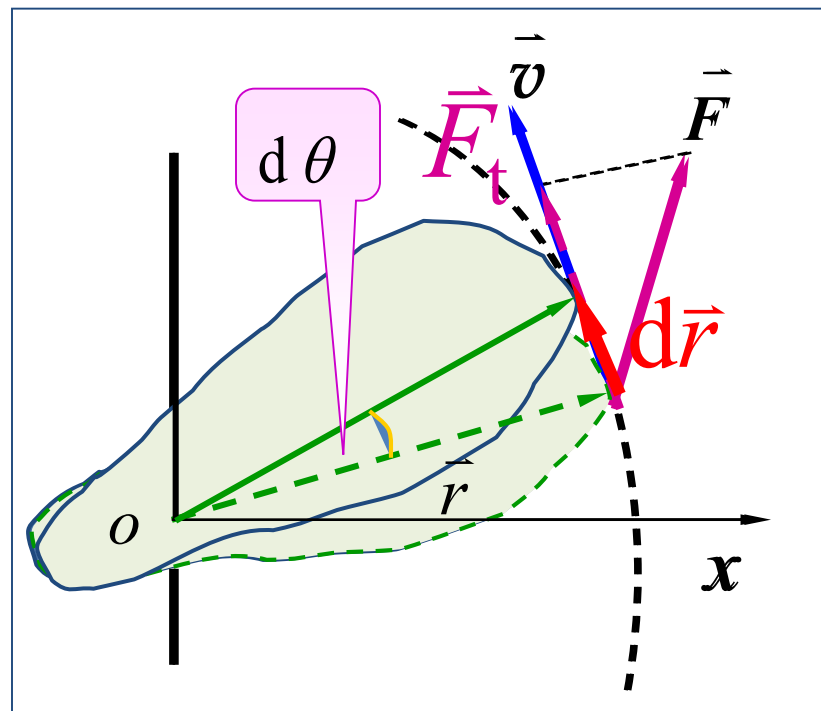
力矩的空间累积效应 \Rightarrow 力矩的功, 转动动能, 动能定理.

$$\begin{aligned}dW &= \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_t ds \\ &= F_t r d\theta\end{aligned}$$

$$dW = M d\theta$$

力矩的功

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$$



二 力矩的功率

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$$= M \frac{d\theta}{dt}$$

$$= M \omega$$

三 刚体的定轴转动动能

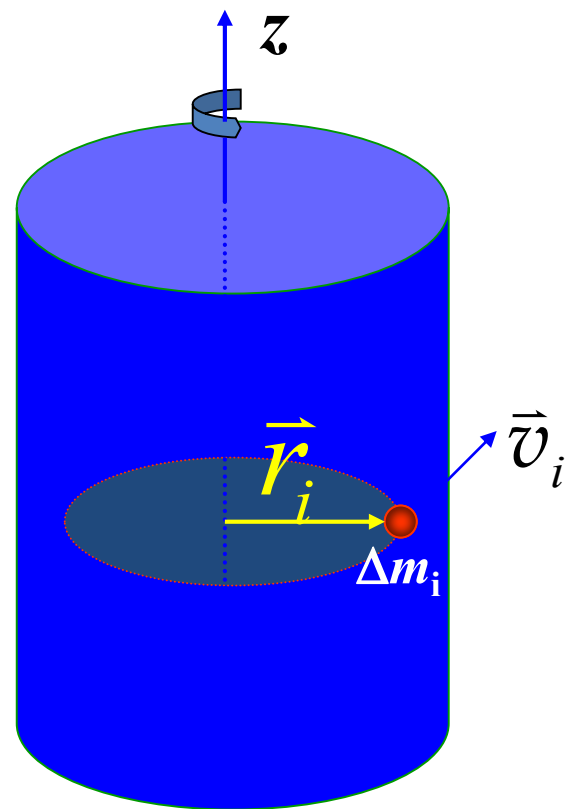
质元动能:

$$\frac{1}{2} \Delta m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \Delta m_i r_i^2 \omega^2$$

刚体的转动动能（代数和）：

$$E_k = \sum \frac{1}{2} \Delta m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\sum \Delta m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$



四 刚体的定轴转动动能定理

$$M = J \alpha$$

$$dW = M d\theta = J \frac{d\omega}{dt} d\theta = J \omega d\omega$$

$$W = \int dW = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J \omega d\omega = \frac{1}{2} J \omega_2^2 - \frac{1}{2} J \omega_1^2$$

定轴转动的
动能定理

$$W = \frac{1}{2} J \omega_2^2 - \frac{1}{2} J \omega_1^2$$

所有外力矩对刚体做功的总和等于刚体转动动能的增量。

五 刚体重力势能

刚体的重力势能和它的全部质量集中于质心时的重力势能一样。

$$E_p = mgh_c$$

h_c : 质心相对于零势能平面的高度

刚体的机械能

$$E = E_K + E_P$$

刚体定轴转动的功能原理

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} (M_{\text{外}} + M_{\text{重}}) d\theta = \frac{1}{2} J\omega_2^2 - \frac{1}{2} J\omega_1^2$$

重力场中刚体定轴转动的功能原理：

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} M_{\text{外}} d\theta = \left(mgh_{c2} + \frac{1}{2} J\omega_2^2 \right) - \left(mgh_{c1} + \frac{1}{2} J\omega_1^2 \right)$$

若 $\int_{\theta_1}^{\theta_2} M_{\text{外}} d\theta = 0$

刚体机械能守恒：

$$E = mgh_c + \frac{1}{2} J\omega^2 = \text{常量}$$

质点运动与刚体定轴转动对照

质点运动	刚体定轴转动
速度 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	角速度 $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt}$
加速度 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	角加速度 $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
力 \vec{F}	力矩 \vec{M}
质量 m	转动惯量 $J = \int r^2 dm$
动量 $\vec{P} = m\vec{v}$	角动量 $\vec{L} = J\vec{\omega}$

质点运动规律与刚体定轴转动的规律对照

质点的平动	刚体的定轴转动
运动定律 $\vec{F} = m \vec{a}$	转动定律 $M = J \alpha$
动量定理 $\int_{t_0}^t \vec{F} dt = m \vec{v} - m \vec{v}_0$	角动量定理 $\int_{t_0}^t \vec{M} dt = \vec{L} - \vec{L}_0$
动量守恒定律 $\sum \vec{F}_i = 0, \sum m_i \vec{v}_i = \text{恒量}$	角动量守恒定律 $\vec{M} = 0, \sum J_i \vec{\omega}_i = \text{恒量}$
力的功 $W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$	力矩的功 $W = \int_{\theta_0}^{\theta} M d\theta$
动能 $E_k = m v^2 / 2$	转动动能 $E_k = J \omega^2 / 2$

质点运动规律与刚体定轴转动的规律对照

质点的平动

刚体的定轴转动

动能定理

$$W = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

动能定理

$$W = \frac{1}{2} J \omega^2 - \frac{1}{2} J \omega_0^2$$

重力势能 $E_p = mgh$

重力势能 $E_p = mgh_c$

机械能守恒

只有保守力作功时

$$E_k + E_p = \text{恒量}$$

机械能守恒

只有保守力作功时

$$E_k + E_p = \text{恒量}$$

作业

➤ **P114: 27; 28; 29**

版权声明

本课件根据高等教育出版社《物理学教程（第二版）上册》（马文蔚 周雨青 编）配套课件制作。课件中的图片和动画版权属于原作者所有；部分例题来源于清华大学编著的“大学物理题库”；其余文字资料由 [Haoxian Zeng](#) 编写，采用 [知识共享 署名-相同方式共享 3.0 未本地化版本 许可协议](#) 进行许可。详细信息请查看[课件发布页面](#)。